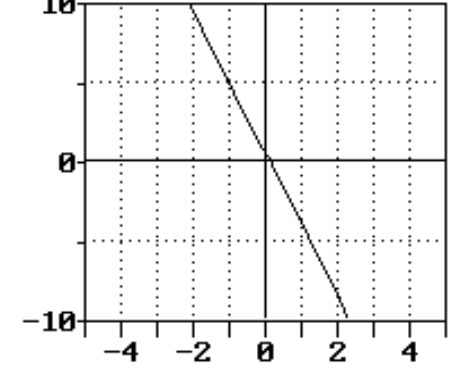
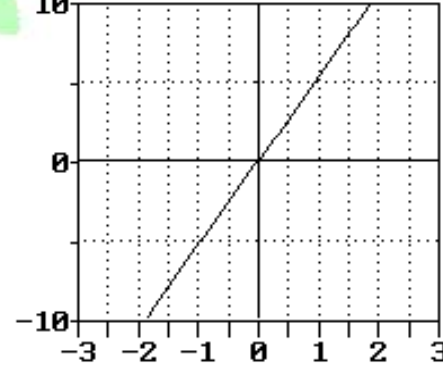
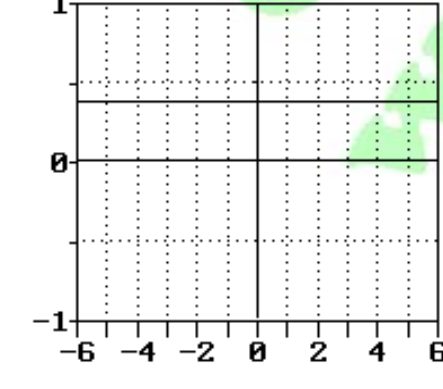
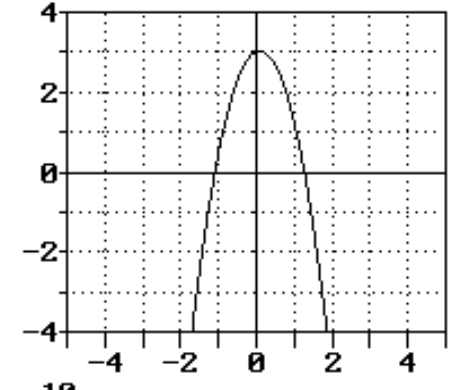
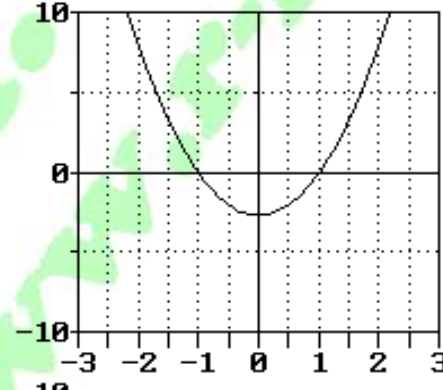
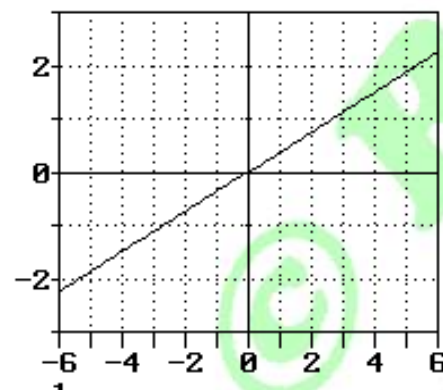
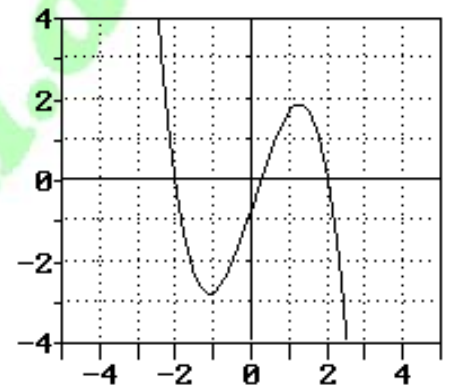
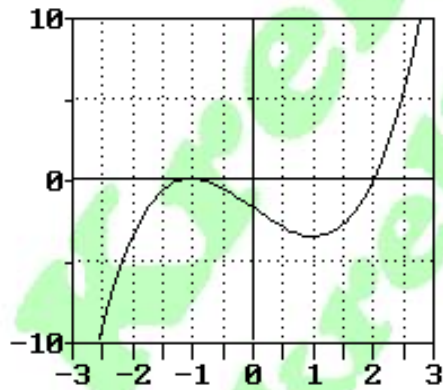
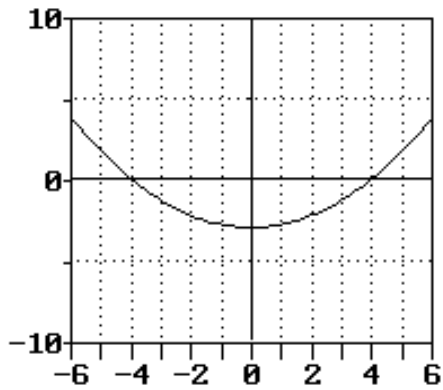
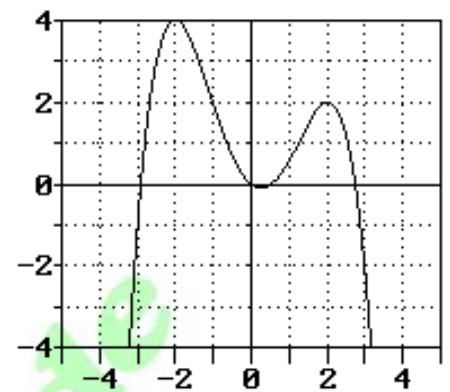
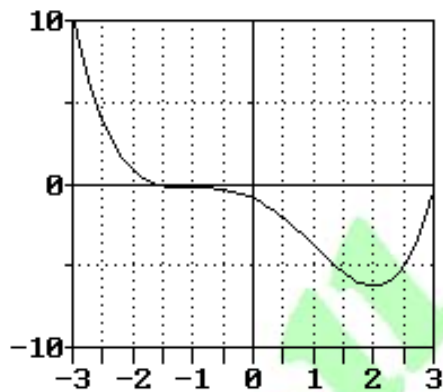
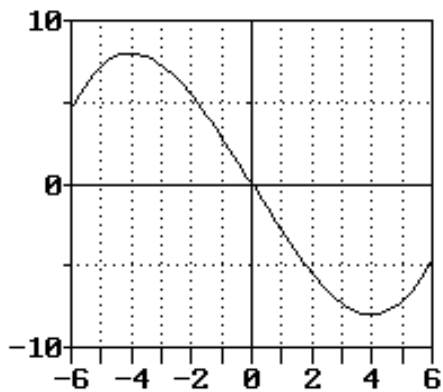


Zusammenhänge zwischen Originalfunktion f und deren Ableitungen f', f'' und f⁽³⁾

Drei Beispiele (jeweils untereinander sind die Graphen von f, f', f'' und f⁽³⁾ für 3 versch. Funktionen gezeichnet)



Erste Spalte: $f_1(x) = \frac{1}{16}x^3 - 3x$ \

Mittlere Spalte: $f_2(x) = \frac{2}{9}x^4 - \frac{12}{9}x^2 - \frac{16}{9}x - \frac{8}{9}$ | jeweils mit 1., 2. und 3. Ableitung

Rechte Spalte: $f_3(x) = -\frac{3}{16}x^4 + \frac{1}{16}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{4}x$ /

Zusammenhänge
zwischen der Originalfunktion und ihren ersten drei Ableitungen

| Originalfunktion f | | 1. Ableitung f' | 2. Ableitung f'' | 3. Ableitung f''' |
|---|---------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|
| f oberhalb der x-Achse: $f(x) > 0$ | | | | |
| f unterhalb der x-Achse: $f(x) < 0$ | | | | |
| f hat eine Nullstelle: $f(x) = 0$ | f geht von + nach - | | | |
| | f geht von - nach + | | | |
| | f berührt die x-Achse von unten | | | |
| | f berührt die x-Achse von oben | | | |
| f steigt monoton | | | | |
| f fällt monoton | | | | |
| f hat eine Extremstelle | f hat Maximum | | | |
| | f hat Minimum | | | |
| f hat eine Sattelstelle $\backslash -$, | | | | |
| f hat eine Sattelstelle $, -'$ | | | | |
| f ist linksgekrümmt | | | | |
| f ist rechtsgekrümmt | | | | |
| f hat eine Wendestelle | von Links- nach Rechtskrümmung | | | |
| | von Rechts- nach Linkskrümmung | | | |
| f hat Stelle mit Krümmung 0, vorher u. nachher Rechtskrümm. | | | | |
| f hat Stelle mit Krümmung 0, vorher u. nachher Linkskrümm. | | | | |
| <i>Weitere Beobachtungen:</i> | | | | |

Zusammenhänge zwischen der Originalfunktion und ihren ersten drei Ableitungen

| Originalfunktion f | | 1. Ableitung f' | | 2. Ableitung f'' | | 3. Ableitung f''' | |
|---|--|--|---|--|---|---|--|
| f oberhalb der x-Achse: $f(x) > 0$ | | nichts Auffälliges | nichts Auffälliges | nichts Auffälliges | nichts Auffälliges | nichts Auffälliges | |
| f unterhalb der x-Achse: $f(x) < 0$ | | nichts Auffälliges | nichts Auffälliges | nichts Auffälliges | nichts Auffälliges | nichts Auffälliges | |
| Nullstelle: $f(x) = 0$ | f geht von + nach - | f fällt | $f'(x) \leq 0$ | Wenn f eine Nullstelle bei x hat, zeigt sich bei den Ableitungen dort nichts Auffälliges | | | |
| | f geht von - nach + | f steigt | $f'(x) \geq 0$ | Nur wenn f bei x zusätzlich noch ein Max oder Min hat zeigen sich dort bei den Ableitungen die im nächsten Abschnitt beschriebenen Besonderheiten. | | | |
| | f berührt die x-Achse von unten | f hat Max | $f'(x) = 0$ | | | | |
| | f berührt die x-Achse von oben | f hat Min | $f'(x) = 0$ | | | | |
| f steigt monoton | f fällt monoton | f steigt monoton | $f'(x) < 0$ | nichts Auffälliges | $f'(x) < 0$ | nichts Auffälliges | |
| f hat eine Extremstelle | f hat Maximum f hat Minimum | f hat eine Sattelseite f hat eine Sattelseite | $f'(x) = 0$ und f' fällt bzw. hat VZW $+-$ $f'(x) = 0$ und f' steigt: VZW $--$ + | $f''(x) \leq 0$ $f''(x) \geq 0$ | $f''(x) \leq 0$ $f''(x) \geq 0$ | nichts Auffälliges nichts Auffälliges | |
| f hat eine Wendestelle | f hat eine Wendestelle | f hat eine Sattelseite | f hat eine Sattelseite | $f''(x) = 0$ | $f''(x) = 0$ | $f''(x) = 0$ | |
| f ist linksgekrümmt | f ist rechtsgekrümmt | f ist linksgekrümmt | f ist rechtsgekrümmt | $f''(x) < 0$ | $f''(x) < 0$ | nichts Auffälliges | |
| f hat eine von Links-nach Rechtskrümmung | f hat eine von Rechts-nach Linkskrümmung | f hat Max bei x | f hat Min bei x | $f''(x) = 0$ und f'' fällt, VZW $+-$ - | $f''(x) = 0$ und f'' steigt, VZW $--$ + | $f''(x) = 0$ und f'' steigt, VZW $--$ + | |
| f hat Stelle mit Krümmung 0, vorher u. nachher Rechtskrümm. | f hat Stelle mit Krümmung 0, vorher u. nachher Linkskrümm. | f hat Sattelseite bei x | f hat Sattelseite bei x | $f''(x) = 0, f''$ ohne VZW, f'' Max | $f''(x) = 0, f''$ ohne VZW, f'' Min | $f''(x) = 0$ | |
| <i>Weitere Beobachtungen:</i> | | | | | | | |